

DISQUISITIO PHYSICO-MATHEMATICA,
DE LEGE RESISTENTIÆ AËRIS
IN PROJECTILIA.

QUAM,

CONSENTIENTE AMPL. PHIL. ORD. IN IMP. ACAD. ABOËNS.,

PRÆSIDE

MAG. JOH. FREDR. AHLSTEDT,

MATH. PROFESSORE PUBLICO ET ORDINARIO,

PRO GRADU PHILOSOPHICO,

PUBLICO SUBMITTIT EXAMINI

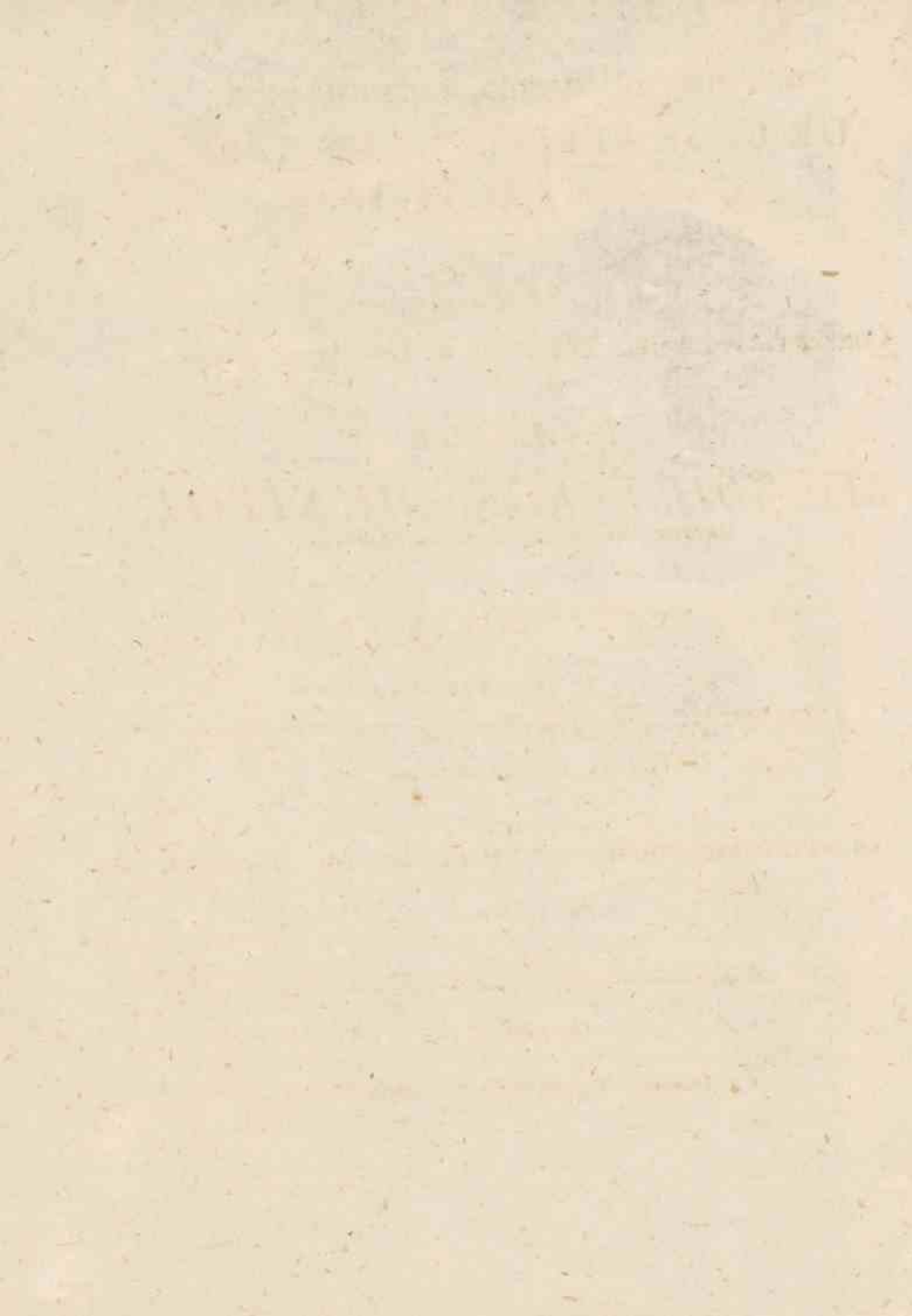
ANTONIUS FREDRICUS A TENGSTRÖM,
Nobilis, Ostrabottniensis.

IN AUDITORIO PHLOS. DIE XXIII FEBRUARII MDCCCXXII.

h. a. m. s.

ABOÆ,

ex Officina Typographica Frenckelliana.





Legis Resistentiæ sive Percussionis Aëris in corpus motum cognitionem, rei Ballisticæ præsertim necessariam, etiamsi olim jam sibi acquirere conati sint Physici Artiumque Militarum Cultores solertissimi, talesque huic vi definiendæ adoptaverint *a)* formulas, quales experimentis institutis
A ma

-
- a)* "Nullus huc usque fuit in universa Hydrodynamica locus acrioribus Geometrarum studiis dissidiisque vexatus quam is qui refertur ad celeberrimam illam de Percussione Fluidorum controversiam, quæ postquam per septuaginta & amplius annos summos Viros in partes distraxit, novissime tandem per accuratissima Regiis sumtibus ab illustrioribus Galliæ Philosophis capta pericula videtur maximam partem diremta, & quasi electis a tota Europa Arbitris dijudicata & composita. Ex hisce demum experimentis certo constitit, & quasi sacra Legum sanctione firmatum fuit, r:o Resistentias, quas corpus figura qualibet præditum, & variis velocitatibus in fluido indefinito latum patitur, esse *quam proxime* quadratis velocitatum proportionales: & hac

maxime convenire invenerint; multæ tamen sva-
dent rationes, eæque gravissimæ, imprimis ubi
sa-

in re experientiam cum Theoria prope consentire. 2^o Re-
sistentias perpendiculares ac directas, quas planæ super-
ficies eadem velocitate motæ patiuntur, esse fere superfi-
cierum magnitudinibus proportionales; & hic quoque
Theoriam atque Experientiam satis concordēs esse. 3^o Resi-
sistentias ab obliquis motibus provenientes rationem sequi
longe diversam a ratione duplicata Sinuum Angulorum in-
cidentiæ, & consequenter Experientiam hic magnopere
dissidere a Theoria, quæ obliquam resistantiam quadrato
Sinus incidentiæ ponit proportionalem. 4^o Mensuram
absolutæ Resistentiæ perpendicularis & directæ, cui pla-
num in fluido homogeno & indefinito progrediens obji-
citur, sat proxime haberi ex pondere columnæ ipsius fluidi,
cujus columnæ basis æquatur plano in fluidum incurrenti,
altitudo vero ea est, quæ debetur plani velocitati, ex qua
nimirum grave a quiete libere decidens velocitatem ac-
quirat plani velocitati æqualem.

Eversa porro vulgari obliquorum impactuum lege de
resistentiæ quadrato Sinus incidentiæ proportionali illud
consequens erat, ut curvarum superficierum resistantiæ per
eandem legem theoretice definitæ ab iis valde discrepa-
rent, quas experientia demonstrat. Atque hinc resistantia
Globi, quam resistantiæ b seos dimidiam Theoria exhibet,
incerta adhuc erit minimeque explorata, donec experimen-
tis data opera institutis in lucem protracta fuerit, & citra
omnem ambiguitatem constabilita." Vide GRÆGORII FON-
TANÆ *Disquisitiones Physico Mathematicas*, p. 323 — 325,
Papiae 1780 editas.

satis magnæ adfuerint celeritates, uti in Globorum plumbeorum & ferreorum vi pulveris pyrii e Tormentis bellicis ejaculationibus, Legem resistentiæ laudatam, *quadratis velocitatum proportionalem* fere ab omnibus hujus rei Scrutatoribus assumtam, experientiæ haud consentire b). Neque id mirum, cum in omnibus theoreticis investigationibus non nisi ad anteriorem corporis moti, sive huic resistentiæ oppositam, attenderint figuram, reliquam vero susque deque habuerint. Persvasi omnino,

A 2

ve-

- b) *Ila LAGERHJELM, FORSELLES & KALLSTENIUS in: Första Delen af Hydrauliska försök anställda vid Fäbhu Grufva Åren 1811 — 1815 (Stockholm. 1818) pag. 340, judicant: "Hufvud resultatet af alla våra försök är således, att vi icke känna någon Theorie, som kan på en gång omfatta och förklara alla de fenomen, som vi nu anse oss hafva ådagalagt och till mått och vikt bestämt."*

Eandem plane affirmat sententiam *le Chevalier DE BORDA Histoire de l'Académie Royale des Sciences, Année MDCCCLXIX pag. 271*, in tractatu suo; sur la Courbe décrite par les Boulets & les Bombes, en ayant égard à la résistance de l'air. — "Il résulte de ces recherches, que la résistance de l'air change entièrement la courbe décrite par les boulets & par les bombes lorsque ces projectiles sont chassés par de fortes charges de poudre, & qu'en général les règles de la Ballistique ordinaire ne donnent que des idées fort imparfaites des effets de nos pièces d'Artillerie."

veram resistantiæ aëris functionem e repetitis fideliter observationibus, deduci posse, nostram vero huic indagandæ excogitatam methodum, eamque, etsi simplicissimam, attamen tot tantisque experimentis & sumtibus esse obnoxiam, ut hactenus ne cogitare quidem potuerimus ea revera instituere, satis nostro factum esse desiderio arbitramur, si, formulas perhibendo generales, arduæ huic rei quid conducere valuerimus. Rogamus vero, velit L. B. conamina nostra juste & benigne interpretari.

Quo Lex resistantiæ aëris in Projectile formæ sphaericæ indagari possit, sequens experiendi methodus nobis non tantum aptissima, verum etiam omnium simplicissima videtur. — Tormenta bellica, diversæ capacitatis, parte sua posteriore monti horizontaliter plano solidissime ad intervalla æqualia ita figantur, ut verticaliter c) horizonti insistant

-
- c) Talem, quam supposuimus experiendi methodum J. H. LAMBERT in *Anmerkungen über die Gewalt des Schießpulvers und den Widerstand der Luft*, Dresden 1766 pag. 102, 103, sequenti modo adhibitam fuisse narrat: "Nun hatte man in Petersburg den Fall, (scil. quo Hawksbee & Desaguliers, per lapsum corporum e turribus 220 & 270 pedum Anglican. altis, Resistentiæ aëris Legem invenire cupierunt), umgekehrt, und vermittelt eines vertical aufgerichteten Kanonen Laufes, kugeln auf.

stant & a puncto quodam O , ad observandum satis apto, æqualiter distent. Sit distantia hujus puncti a centris Tormentorum $= a$, ejusdem prope longitudinis, ac altitudines projectilium maximæ. Basi hac, una cum angulis, quos cum linea diametrali in puncto explosionis continet, bene examinatis & cognitis, observentur a puncto O , ope Instrumenti Optici, Quadrante præditi, Anguli, a basi & lineis, juxta quas Globi in altissimo suo situ deprehendantur d), intercepti. Jam in Triangulo

wärts geschossen, welche allerdings eine beträchtliche Höhe erreicht haben, von welcher Sie wiederum herunterfallen konnten. Man beobachtete aber nur die Zeit, welche die kugeln in der Luft zubrachten, und damit fehlte noch ein Datum, woraus sich die Theorie des Widerstandes der Luft hätte prüfen lassen. Hätte man die kugeln in ihrer grössten Höhe, wo sie sich langsam bewegen, sehen, und entweder die Höhe ausmessen, oder wenigstens die Zeit des Steigens und Fallens, jede besondere beobachten können, so hätten dadurch sowohl die Versuche unter sich, als mit der Theorie verglichen, und beyde berichtigt werden können, weil man dadurch würde mehrere Data gehabt haben."

- d*) Nulla plane adest ratio dubitandi, globos Tormentorum, cælo sereno ventisque silentibus, repetitis ejaculationibus, si non semper, attamen aliquoties summa in altitudine observari posse: quin & in tenebris nocturnis globi igniti certe videri possint in vertice, unde per quietem deorsum cadere incipiant.

gulo quovis, tali modo formato, eoque rectilineo, Basis & duo Anguli ad illam siti cognoscuntur. Altitudo ergo globi = a facillimo eruitur calculo. Positis nempe basi = b , angulo ad Tormentum sito = p , & in O observato = q graduum, erit reliquus angulus, verticem suam in summitate globi habens = $180^\circ - p - q$. Unde:

$$\sin (180^\circ - p - q) : \sin q = b : \frac{b \sin q}{\sin (180^\circ - p - q)} = a.$$

Pro quocunque Globo, ope pulveris pyrii e tormento quovis ejaculato, observentur Tempora 1:o quo sursum tendit globus = t & 2:o quo ab hac altitudine maxima, vi attractionis telluris uniformi, ad vicinitatem tormenti deorsum fertur = t_1 .

Sit $f\left(\frac{v}{k}\right)$ illa celeritatis functio, quæ resistentiæ in projectile est proportionalis, & assumpta g constante altitudinēque globi = x , sequentes e Mechanica hauriuntur æquationes:

$$\text{Pro ascensu: } 2v dv = - \left(g + f\left(\frac{v}{k}\right) \right) dx,$$

$$\text{\& pro descensu: } 2v dv = \left(g - f\left(\frac{v}{k}\right) \right) dx_1.$$

Cum

Cum jam generaliter sit:

$$f\left(\frac{v}{k}\right) = A + Bv + Cv^2 + Dv^3 + \dots,$$

sequentes emergunt æquationes, scilicet pro ascensu:

$$2v dv = -(g + A + Bv + Cv^2 + Dv^3 + \dots) dx;$$

& pro descensu:

$$2v dv = (g - A - Bv - Cv^2 - Dv^3 - \dots) dx_1,$$

unde

$$dx = - \frac{2v dv}{g + A + Bv + Cv^2 + Dv^3 + \dots},$$

&

$$dx_1 = \frac{2v dv}{g - A - Bv - Cv^2 - Dv^3 - \dots}.$$

Quoniam autem v permagnum plurimis in casibus præbet numerum, sit $v = \frac{1}{z}$, existente sic z admo-

dum parvo, & hinc $dv = - \frac{dz}{z^2}$, unde $2v dv$

$= - \frac{2 dz}{z^3}$, quare, insertis hisce valoribus æquationibus nuper inventis, habebitur

$$dx = \frac{2 dz}{z^3 \left(A + g + \frac{B}{z} + \frac{C}{z^2} + \frac{D}{z^3} + \dots \right)}, \text{ \&}$$

dx_1

$$dx_1 = \frac{z dz}{z^3 \left(A - g + \frac{B}{z} + \frac{C}{z^2} + \frac{D}{z^3} + \dots \right)},$$

quæ facillime in has transmutantur:

$$dx = \frac{2z^n - 3dz}{(A + g)z^n + Bz^{n-1} + Cz^{n-2} + \dots + Mz + N}, \&$$

$$dx_1 = \frac{2z^n - 3dz}{(A - g)z^n + Bz^{n-1} + Cz^{n-2} + \dots + Mz + N}.$$

Integralia vero harum functionum sequentem habebunt formam:

$$x = \alpha z^{n-2} + \beta z^{n-1} + \gamma z^n + \dots + \mu z^{2n-1} + \nu z^{2n},$$

$$\& x_1 = \alpha_1 z^{n-2} + \beta_1 z^{n-1} + \gamma_1 z^n + \dots + \mu_1 z^{2n-1} + \nu_1 z^{2n},$$

quare, restitutis pro z valoribus, exsurget

$$x = \frac{\alpha}{v^{n-2}} + \frac{\beta}{v^{n-1}} + \frac{\gamma}{v^n} + \dots + \frac{\mu}{v^{2n-1}} + \frac{\nu}{v^{2n}}, \&$$

$$x_1 = \frac{\alpha_1}{v^{n-2}} + \frac{\beta_1}{v^{n-1}} + \frac{\gamma_1}{v^n} + \dots + \frac{\mu_1}{v^{2n-1}} + \frac{\nu_1}{v^{2n}}.$$

Tempora denique t & t_1 e formulis $dt = \frac{adx}{v}$ &

$dt_1 = \frac{a_1 dx}{v}$ cognosci possunt.

Definitis postremo constantibus A, B, C, \dots $\alpha, \beta, \gamma, \dots$ &c. experimentorum ope, resistantiam aëris ex hisce formulis erui posse constat.